構造方程式モデリング（モデル）Structural Equation Modeling(Model)（SEM）
（または共分散構造分析 covariance structure analysis,　LISREL など**）入門**

中山和弘（聖路加看護大学）
最終更新 2007.6.29

１　SEM は多変量解析の統合されたかたち

そもそも、なぜ多変量解析が必要なのか。使わないと、なぜ研究論文になりにくいのか。
多くの実証的研究の目的は、変数間の関連をみて、ものごとの因果関係を明らかにすることにある
そのため、原因となる変数と結果となる変数を測定する尺度を用意し、その関連を明らかにする必要がある
このとき、２つの理由で変数を多く測定したい理由がある

１）測定する尺度の信頼性と妥当性を高めるために多くの変数を用いる

幸福感を測定するのには
（1）あなたは幸せですか。　１　はい　２　いいえ　　　という単純なものから
（2）生きていてよかったと思いますか、楽しいと思うことがありますか、などと幸福感をあらわす多様な表現でたくさんの質問をするという方法まである
（2）のほうが、測定の回数が多く（誤差が小さくなる）、内容も網羅できて信頼性と妥当性が高い

信頼性＝誤差が少ない、いつ測っても同じ測定結果になる
・いつどんなときでも幸せと答えるか、質問文の読み違え、勘違いもある
・体脂肪計は測るたびに数値が違わないか

妥当性＝ほんとうにそれが目的としているものを測定しているか、
・幸福感は様々な感じかた、表現のしかたがあり内容に幅がある
・体脂肪計はほんとに脂肪を測ってる？電気抵抗でしょ？

多くの変数を似ているものと似ていないものに分けたり、まとめたりして得点化して尺度（ものさし、スケール）を作る

２）予測の精度を上げるため目的変数（従属変数）を多くの説明変数（独立変数）で予測する

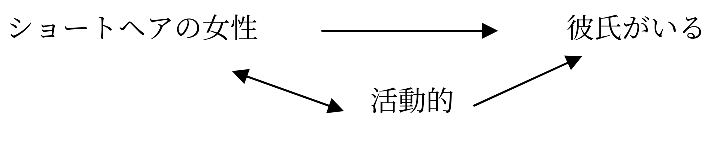
目的変数を予測するのにより多くの変数で予測したほうが正確になりやすい

（1）年齢＝a×顔のしわ＋定数（＝1？歳：老化によりしわができ始める年齢）

これよりは
（2）年齢＝a×顔のしわ＋b×肌の張り＋c×声のしゃがれ具合＋d×肉のたるみ・・・・＋定数

のほうが予測しやすい。a、ｂ、ｃ、ｄは目的変数に対するそれぞれの説明変数の影響力の大きさをあらわす

また、同時に疑似相関（実は直接の関連が無いのに計算すると関連があるように見える）を見抜く、
交絡因子（ある変数とある変数の関連に影響を及ぼしている変数）の存在はないのか？
単相関（相関係数）など１対１の変数間の関連を並べていると、誤りが生じる可能性がある



ショートヘアの女性のほうが彼氏のいる割合が高い（かつて某看護学校で調査したときの結果、ほんと？）

彼氏の有無＝ａ×髪の毛の短さ＋ｂ×活動的＋ｃ

実はショートヘアの女性のほうが活動的（勉強もアルバイトも何でも活発）であった。
ショートヘアは、活動的であるという影響力を取り除いてもなお、彼氏の有無への影響力を持つか？

３）多変量解析の種類（目的と、変数が量的か質的かで道が分かれる）

（１）多くの変数を似ているものどうしで分類したりまとめたりする（信頼性の高い目的変数、説明変数を作成）

量、量、量、量、量・・・　因子分析（主成分分析）
因子分析の目的=多くの変数がいくつかのことがらからできているか？分類できるのでは？
その特殊な１つ→主成分分析の目的=多くの変数がある一つのことがらを測っているか？

（２）予測をして因果関係を考える（目的変数を説明変数から予測させる）

量＝量、量、量・・・　重回帰分析
量＝（量）、質、質、（量）・・・　多元配置分散分析（共分散分析）
質＝量、質、質・・・　ロジスティック回帰分析

一般線形モデル（GLM）へ

（３）１と２を同時に、しかも複雑な因果関係まで・・・**構造方程式モデリング（共分散構造分析）**
因子（潜在的な変数）どうしの因果関係を検討、因子間の関連が３角形であっても相互の影響を予測可能

２　具体的なSEMのメリット

１）希薄化の修正

（１）単項目の相関係数

観測変数ｘ＝独立変数ｘ ↔ 観測変数ｙ＝従属変数ｙ

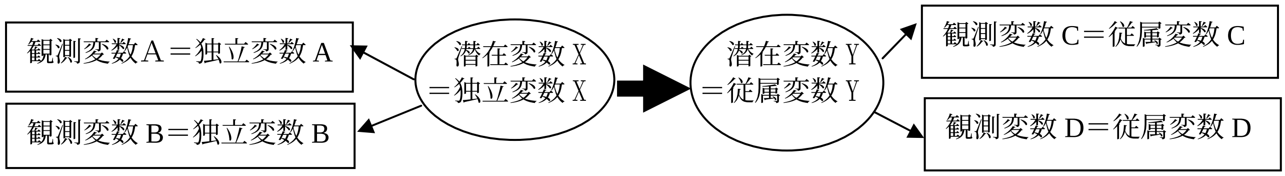
(2)多項目間の相関係数　または　重回帰分析による標準化回帰係数

観測変数x_1＝独立変数x_1　観測変数y_1＝従属変数y_1
観測変数x_2＝独立変数x_2　観測変数y_2＝従属変数y_2
観測変数x_3＝独立変数x_3　観測変数y_3＝従属変数y_3

(3)尺度間の相関係数

尺度Ｘ＝独立変数Ｘ ↔ 尺度Ｙ＝従属変数Ｙ

(4)潜在変数間の相関係数



(1)よりも(4)に近づくほど相関係数が高くなる（高いものが出現する）可能性がある

すべての研究においてあらゆる観測値は誤差を含んでいる。
真の値は直接測ることができないことがほとんどである。とくに生命現象、意識や行動、社会指標・・
誤差を取り除きたい（コントロールしたい）＝統計学の仕事

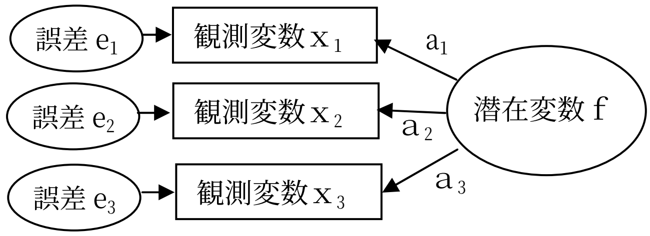
観測値＝真の値＋誤差

尺度化＝観測の繰り返しによる観測値の和（平均でもよい）＝真の値の和＋誤差の和
　観測値を増やせば、誤差の和は０に近づき、真の値の和に近づく（参考　大数の法則）
　　→尺度化は信頼性を高める

潜在変数化＝さらに真の値に近づけるために、観測変数間の相関を用いて、共通している部分を真の値と考え、誤差を取り除いている。

・因子分析

$x_1 = a_1 f + e_1$
$x_2 = a_2 f + e_2$
$x_3 = a_3 f + e_3$
・
・
・

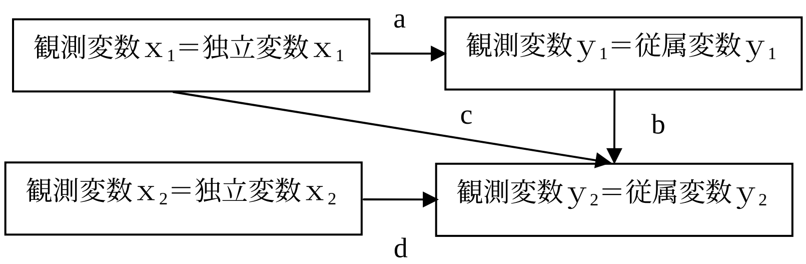


観測値＝因子負荷量×因子の値＋誤差

観測値は真の値である共通の因子と誤差から成り立っている

測定方程式と構造方程式
　上の因子分析の部分＝測定方程式
　測定方程式で作り出した潜在因子間の重回帰分析（パス解析＝重回帰分析の組み合わせ）
　　＝**構造方程式**→名前の由来

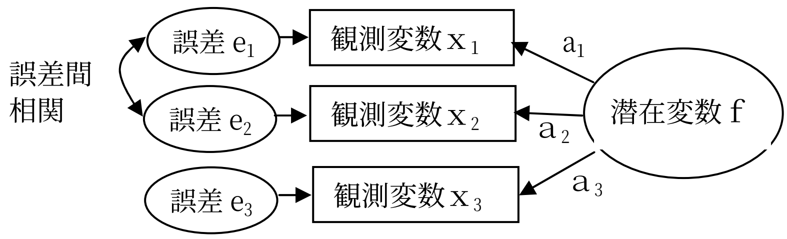
２）直接効果、間接効果、総合効果がわかる



y_2は、x_1から直接効果ｃと間接効果ａ×ｂの影響を受け、総合効果はその和
仮にｃが0に近いからといって、関係ないとは言えない。間接効果がある。たとえば看護は・・・

３）誤差間の相関が計算できる

誤差の間には相関がある場合もかなりある



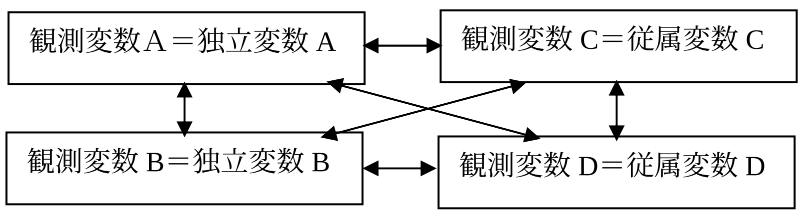
x_1 と x_2 の真の値の部分の相関は $a_1 \times a_2$
e_1 と e_2 の相関がある場合は、$a_1 \times a_2$ とは無関係の相関

代表的な例　質問文が似ていることによる回答（勘違いなど）の誤差によって生じるもの
→質問紙に潜む問題を修正した上での真の値（潜在変数）を計算できる

４）適合度の算出によるモデルの妥当性の検討

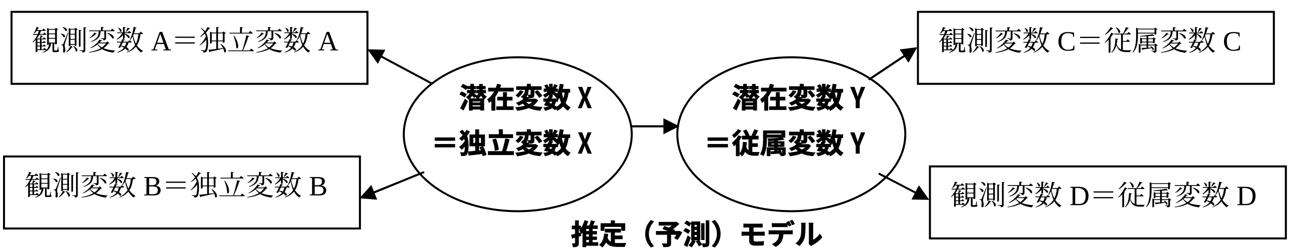
(1)適合度の意味

どんなモデルでも作ろうと思えば作れる。潜在変数化もパスを引くことも自由。
ただし、データとかけ離れたモデルは問題。データとの離れ具合を一定範囲内に収める必要。
出発点の確認。そもそも SEM では、何をやろうとしている・・・



飽和（Saturated）モデル

飽和モデル＝全観測変数の関連のしかたをすべての**共分散（相関係数）**で説明する→当たり前
それよりも、**因果の方向**を考えたり、より少ない変数（**潜在変数化**＝直接観測できない背景にあるものへ、抽象化、概念化）間の関連で説明したりしてみる。これが**推定（予測）モデル**で、



推定（予測）モデル

こんな関連図でどれだけうまく関連を説明できるか、一番うまく説明できるように矢印（影響力）の大きさ**（＝パス係数）**を計算してみるのが目的。推定モデルでの（観測変数Ａと潜在変数Ｘ間のパス）×（潜在変数 X と潜在変数 Y 間のパス）×（潜在変数 Y と観測変数 C 間のパス）が観測変数Ａと観測変数Ｃの相関係数とどの程度一致しているかが問題。すべての観測変数間の相関におけるその差を χ^2

でみる。推定モデルでは、観測変数と観測変数の間でつながっている道筋の全パスを掛け合わせるとその間の相関をあらわす=パストレーシングルール。

　このとき、うまく説明できている程度を見る方法**（＝適合度）**として、**飽和モデル**にどれだけ近い説明力を持つか検討する方法（**飽和モデル**との差をχ^2でみる）と、その**飽和モデル**との離れ具合を、**独立モデル**と比較して検討する方法（NFI、TLI、CFI など）**がある。独立モデル**とは、観測変数間の相関が０というまったく観測変数間の関連を説明しようとしないモデル。

観測変数Ａ＝独立変数 A	観測変数 C＝従属変数 C
観測変数 B＝独立変数 B	観測変数 D＝従属変数 D

独立（Independence）モデル

推定モデルは、説明力において**飽和モデル**より小さく、**独立モデル**より大きい
これらのχ^2を用いたもの以外にも GFI、AGFI がある。次にそれを含めて指標を列挙する。

(2)おもな適合度の指標

サンプル数、自由度に影響を受ける古典的適合度

■χ^2
飽和モデルと推定モデルのずれ具合(分散共分散行列におけるずれの程度の合計)。0 なら完全に適合。帰無仮説はこれ。Ｐが.05 より小さく有意だと、帰無仮説を棄却（＝だからよくない)。200 サンプル以下ほどなら OK とも言われる。これを越えると**χ^2が大きくなって**すぐ有意だから適さないと。

■GFI、AGFI（χ^2とは別に、全体の分散で説明できるかというもの）
GFI（Goodness of Fit Index）：決定係数（飽和モデルでの全分散が推定モデルでの分散でどれだけ説明できたか)、AGFI（Adjusted Goodness of Fit Index）：自由度調整済み決定係数、に該当。　.9 以上。.85 以上とも。

自由パラメータの数が多い（自由度が小さいと）と大きくなる＝パスを引けば大きくなる
変数が多いと誤差間などを引かないと高くならない。使わないコンセンサスはあるという専門家も。

自由度＝飽和モデルのパラメータ数－自由パラメータの数
飽和モデルのパラメータ数＝観測変数の数×（観測変数の数+１）／２
自由パラメータの数＝パラメータのうち固定しないものの数（誤差＋パス＋共分散＋分散）
ちなみに　飽和モデルの自由度＝０　独立モデルのパラメータ数＝観測変数の数
独立モデルの自由度＝飽和モデルのパラメータ数－独立モデルのパラメータ数)

サンプル数、自由度によらない（それを考慮＝ペナルティを与えるという）適合度

■χ^2／df
自由度の影響を考慮。値が０に近いほどよい。2、3、6 未満という話もあるが、明確な基準はない。

■RMSEA（Root Mean Square Error of Approximation）
sqr[(χ^2／df －１)／(N － 1)]　　sqr は平方根 square root、N はサンプル数
自由度も、サンプル数も考慮。.05 よりも小さいとよい。.1 を越えると不適。
信頼区間も算出されるが、小さいほうは０に近いほうがよい

■**AIC**（Akaike's. information criterion）

χ^2 + k(k － 1) － 2df　　k は観測変数の数　k(k－ 1) － 2df は自由パラメータの数の 2 倍と一致
小さいほど適合度がよい。基準値はなく、値に絶対的な意味はない。同じデータでモデルを比較するのに利用。自由度あるいは自由パラメータを考慮してある。

■**CAIC**（Consistant Akaike's Information Criterion）

χ^2 +(1+log*n*)[k(k － 1) － 2df]／2　 *n* はサンプル数で、AIC にさらにサンプル数の影響を考慮

■**NFI**（Normed Fit Index）

.9～.95 で OK、.95 を越えるとよい。欠点はパスを引けば引くほど高くなるだけだということ。独立モデル＝すべての変数が独立（相関が 0）というモデル。それに比べてどのくらいよいか。

$$\frac{\text{Null model（独立モデル）の}\chi^2\text{－提案したモデルの}\chi^2}{\text{Null model（独立モデル）の}\chi^2}$$

■**TLI**（Tucker-Lewis index）　または **NNFI**（Non-normed Fit Index）

NFI の χ^2 の部分を χ^2／df にし（自由度の影響を考慮)、分母は上の式から１ひいてあるもの
１に近いほどよいが、１以上になる場合もあり、その場合、１と出力される

■**CFI**（Comparative Fit Index）

NFI の χ^2 の部分を（χ^2－df）にしたもの（自由度の影響を考慮）でそれ以外は上と同じ。
やはり.95 以上とか。１より小さいときは常に TLI より大きくなる

自分が主張したいモデルをほかのモデルとならべて、より多くの適合度の指標、とくに上記後半のものを比較して示す。やはり最適モデルでは、よい適合度は必要だが・・・特に CFI、RMSEA など
適合度がある程度高ければそれだけで絶対的によいというよりは、他のモデルよりよいことを示す道具として考えたほうがよい。

また、観測変数が変われば、適合度は見直さなければならない。観測変数が違っているのに適合度を比較するというのはどういう意味？前提が変わっているということに注意。

３　モデルの作り方

１）変数とパスの種類

・潜在変数と観測変数と誤差
　→楕円と四角と円で書くことが多い
・内生変数と外生変数
　片方が矢印のパスを受けている変数＝内生変数＝従属変数　→必ず誤差が必要
　　　　〃　　　　　受けていない変数＝外生変数＝独立変数　→誤差不要
・パスの種類

　⟶　　　⟷
　回帰　　共分散（相関）

２）パス係数の値の設定（制約）

測定方程式の因子負荷量に当たるパス係数をどれかひとつは1に設定する
作成した潜在変数の分散を１にする方法もある（外生変数の場合）

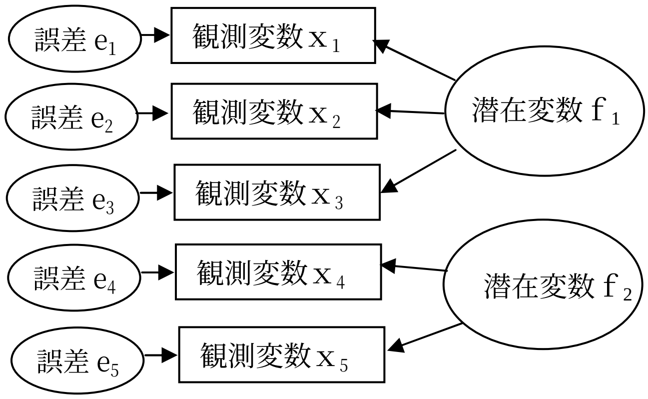
２）標準化パス係数

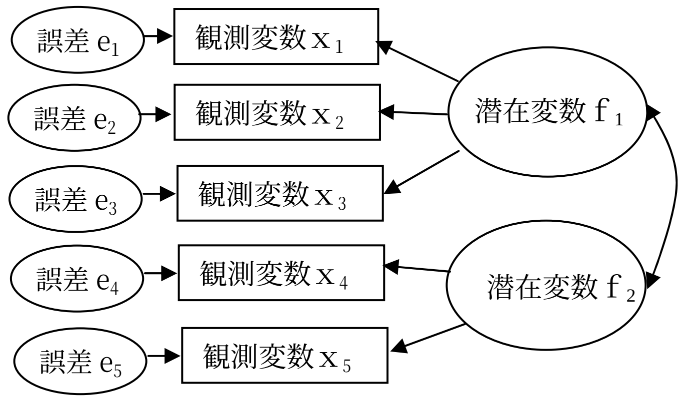
変数の分散をすべて１にすれば標準化したパス係数に

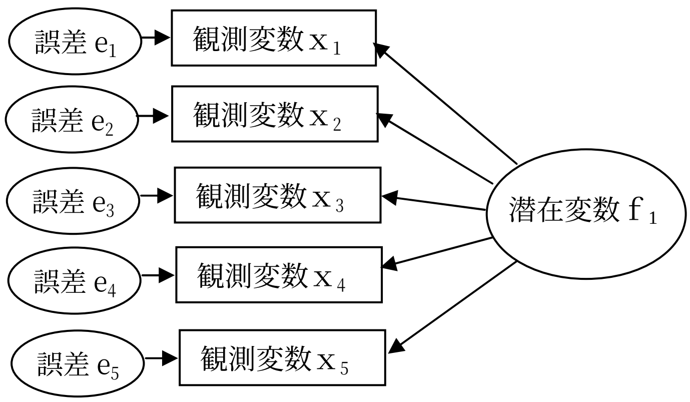
4　主な利用法

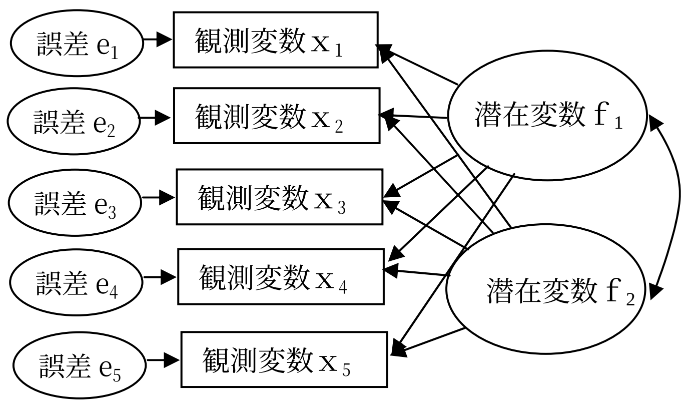
1）確証的因子分析（CFA, confirmative factor analysis）vs　探索的因子分析（EFA, exploratory factor analysis）

観測変数は他の潜在変数との関連があるのか。因子間の相関はあるのか。何因子か。



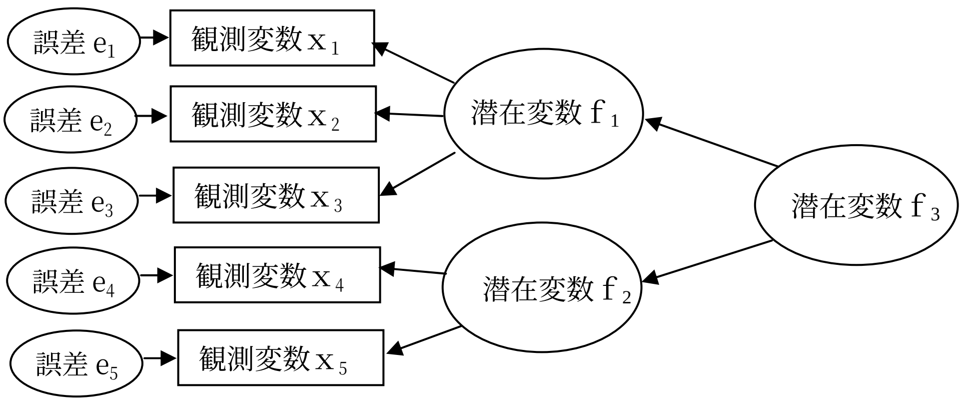






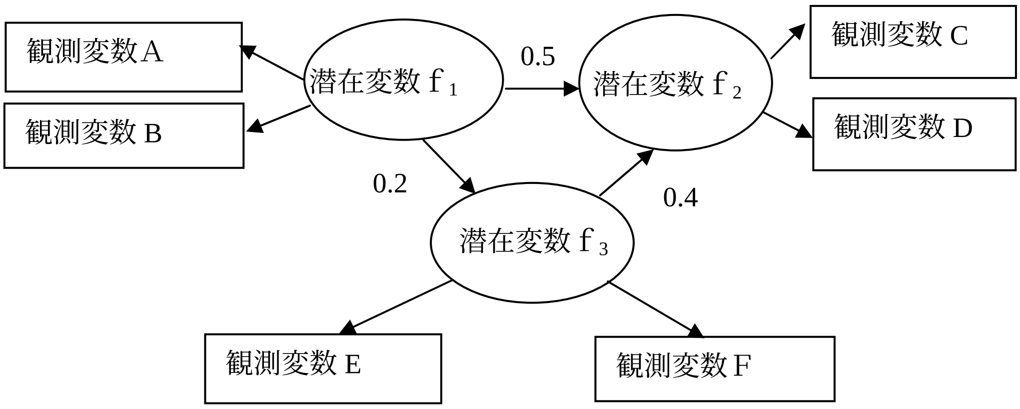
3）高次因子分析

潜在変数の潜在変数の存在は。

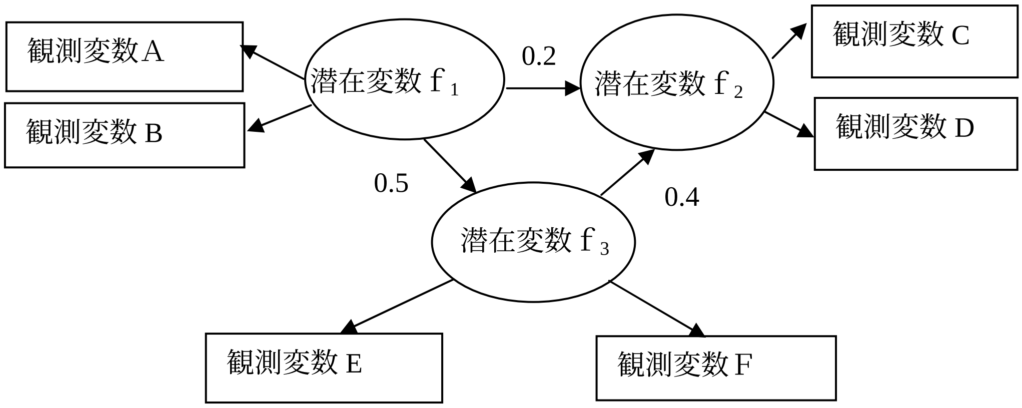


４）多母集団同時分析

男女のパスの大きさは違うのか？構造は違うのか？部分的に検定も可能。



男性のパス図

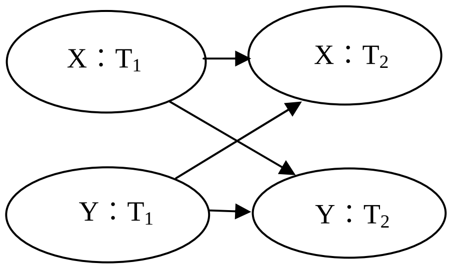


女性のパス図

４）パネル（時系列）データによる因果の向きの決定

Ｘが原因かＹが原因か？
結果に影響するまで時間を要するのか、同時に変動するのか？

Cross-laggedモデル



Synchronousモデル